

Opdrachten Dynamische Simulaties. VWO 5 wiskunde C periode 3

Deel 1 - Vervuiling en Migratie

Opgave 1: Vervuiling van een meer.

Het rekenschema is een wiskundig MODEL van een proces in de werkelijkheid.

In de les wordt "Vervuiling 1" gebruikt als voorbeeld om de werking van zo'n model uit te leggen en te demonstreren.

Het spreadsheet bevat vele werkbladen (zie de tabbladen onderaan).

In de les gebruikten we dus het tabblad "Vervuiling 1".

In het voorbeeldmodel is de tijdstap op 10 dagen ingesteld.

- na hoeveel dagen kun je weer zwemmen?

- bereken dat aantal dagen nauwkeuriger.

Maak de in- en uitstroom twee keer zo groot.

- hoeveel maal korter duurt het voor je weer kunt zwemmen?

Maak de hoeveelheid poep twee keer zo groot.

- hoeveel maal langer duurt het voor je weer kunt zwemmen?

Bestudeer nog eens alle gele tekstvakken.

Noteer nu in eigen woorden:

- wat is een recursief formulevoorschrift?

- wat is een direct formulevoorschrift?

- waarom wordt het model nauwkeuriger als je de tijdstap kleiner maakt?

Ga naar het tabblad "Vervuiling 2".

Dit model is een verfijning van het vorige.

Noteer in je schrift:

- wat werd dus in het vorige model niet meegenomen en nu wél?

- kun je nog iets bedenken dat in het eerste model verwaarloosd werd?

De verdamping staat nu ingesteld op 0 m³/dag.

- na hoeveel dagen kun je weer zwemmen?

- Klopt dat met het vorige model?

Zet de verdamping achtereenvolgens op 20, 40, 60 m³/dag.

- wat gebeurt er met het voornoemde aantal dagen?

- kun je ook verklaren waarom dat zo is?

Opgave 2: Migratie

- leg in je eigen woorden uit waarom dit goede modelformules zijn, die het in het spreadsheet erboven omschreven proces goed weergeven.

Controleer of je de formules in de volgende cellen begrijpt:
E11, H9 en H10, B16-D16, B17-D17, B18-D18.

Noteer in eigen woorden:

- wat doet de formule in E11?
- wat doet de formule in H10?
- wat doen de formules in C16 en D16?
- wat doen de formules in C17 en D17?
- wat is de connectie tussen de formules op regel 17 en regel 18?

Experimenteer met het effect van het veranderen van de (blauwe) startwaarden.

- wat valt je daarbij op?

Experimenteer met het effect van het veranderen van parameters.

- wat valt je hierbij op? (het zouden minstens twee zaken moeten zijn!)

Noteer hieronder ook in je eigen woorden:

- wat is het verschil tussen variabelen en parameters?

De vereenvoudiging van de werkelijkheid is bij dit model wel heel sterk. Voor dit model zijn **model-veronderstellingen** gemaakt. Dat zijn veronderstellingen over het proces die in de werkelijkheid misschien niet waar zijn, maar die je in het model voorlopig voor waar aanneemt.

Elk wiskundig model is maar een benadering van de complexe werkelijkheid, maar door die vereenvoudigingen is het wel wiskundig "behapbaar". Je krijgt zo een indruk hoe het proces verloopt. Later kun je dan altijd het model verfijnen door een of meer veronderstellingen aan te passen of te laten vallen. Dat deden we ook Vervuiling in de overgang van 1 naar 2.

- schrijf in je schrift welke model-veronderstellingen volgens jou in ons Migratie-model zijn gemaakt. Je kunt daarvoor het best overleggen met anderen

Extra voor wiskundig geïnteresseerden:

ALS er een evenwichtssituatie ontstaat, **DAN** kan ik op de volgende manier uitrekenen welke waarden voor P en S dat moeten zijn.

Bij een evenwichtssituatie verandert er immers niets meer als je een volgende tijdstap neemt. Dan moet dus gelden dat de nieuwe S gelijk is aan de oude S !
Laten we het voorbeeld nemen met $a = 0,2$ en $b = 0,4$.

Dus $S = 0,8*S + 0,4*P$ Dit is vergelijking (A)

en $P = 0,2*S + 0,6*P$ Dit is vergelijking (B).

Uit (A) volgt met de balansmethode: $0,2S = 0,4P$;

deel nu beide kanten door 0,2 en je vindt: $S = 2P$;
Ik wéét dat $S + P = 1$, want dat is de totale bevolking.
Vul op de plek van S nu in: $2P$. Dan staat er: $2P + P = 1$. Dus $3P = 1$.
De evenwichtswaarde voor P is dus 0,3333.
De evenwichtswaarde voor S is dan 0,6667.

- *controleer deze waarden met behulp van het spreadsheet model.*
 - *doe bovenstaande berekening ook voor $a = 0,2$ en $b = 0,3$; controleer daarna met behulp van het spreadsheet model.*
-

Opgave 3: Sociale mobiliteit

Ga na met behulp van het werkblad hoe de klassen zich ontwikkelen.

- *ontstaat er een evenwichtssituatie?*
 - *wat is het effect als je de beginsituatie verandert?*
 - *wat is het effect als je de "overgangsmatrix" aanpast?*
- Noteer je waarnemingen en je overwegingen.*
-

Opgave 4: Marktaandeel

Vanwege vrije handelsgrenzen worden twee, oorspronkelijk evengrote, wasmiddelenmarkten samengevoegd tot één grote markt. Het resultaat is, dat naast de Engelse fabrikanten van Bioclean (B) en Whitewash (W) er nu een derde Amerikaanse aanbieder is: Cleanspan (C).

De gebruikers van (B) en (W) hebben weinig belangstelling voor dit nieuwe merk: zij wijzigen hun gedrag nauwelijks. Elke maand gaat 3% van (B) over naar (C) en 6% van (W) over naar (C).

De kopers van (C) hebben daarentegen meer belangstelling voor de twee andere merken: elke maand gaat 15% over naar (B) en ook 15% naar (W).

Onderzoek hoe de marktaandelen in de nieuwe samengevoegde markt van de drie aanbieders zich ontwikkelen, als de beginsituatie (in procenten) is:

$B = 50$, $W = 20$ en $C = 30$.

Noteer je waarnemingen en schets de grafiek in je schrift.

Je zult de overgangsmatrix moeten aanpassen, inclusief de woorden upper - middle - lower.
